UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE CONTABILIDAD Y AUDITORÍA
CÁLCULO MATEMÁTICO

Hallar las derivadas de las siguientes funciones (Problemas y Ejercicios de análisis matemático de B. Demidovich)

511. $y = \ln\left(a + x + \sqrt{2ax + x^2}\right)$.

512. $y = \frac{1}{\ln^2 x}$.

513. $y = \ln\cos\frac{x-1}{x}$.

514*. $y = \ln\frac{(x-2)^5}{(x+1)^3}$.

515. $y = \ln\frac{(x-1)^3(x-2)}{x-3}$.

516. $y = -\frac{1}{2\,\mathrm{sen}^2 x} + \ln \mathrm{tg}\, x$.

517. $y = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2}\ln\left(x + \sqrt{x^2 - a^2}\right)$

518. $y = \ln\ln(3 - 2x^3)$.

519. $y = 5\ln^3(ax + b)$.

520. $y = \ln\frac{\sqrt{x^2+a^2}+x}{\sqrt{x^2+a^2}-x}$.

521. $y = \frac{m}{2}\ln(x^2 - a^2) + \frac{n}{2a}\ln\frac{x-a}{x+a}$.

Aplicación Geométrica de Derivadas

En los ejercicios 1 a 6, obtenga una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la ecuación en el punto dado. Dibuje la gráfica de la ecuación y muestre un segmento de la recta tangente en el punto.

1. $y = 9 - x^2$; $(2, 5)$

2. $y = x^2 + 4$; $(-1, 5)$

3. $y = 2x^2 + 4x$; $(-2, 0)$

4. $y = x^2 - 6x + 9; (3, 0)$

5. $y = x^3 + 3; (1, 4)$

6. $y = 1 - x^3; (2, -7)$

En los ejercicios 12 a 16, obtenga ecuaciones de la recta tangente y de recta normal a la gráfica de la ecuación en el punto indicado. Trace en la graficadora la gráfica junto con las rectas tangente y normal

12. $y = \sqrt{4 - x}; (-5, 3)$

13. $y = 2x - x^3; (-2, 4)$

14. $y = x^3 - 4x; (0, 0)$

15. $y = \dfrac{4}{x^2}; (2, 1)$

16. $y = -\dfrac{8}{\sqrt{x}}; (4, -4)$

OBTENER LOS VALORES MÁXIMOS Y/O MÍNIMOS DE LAS FUNCIONES

1) $y = 5x^2 + 10x - 9$

3) $y = 8x^2 - 8x + 1$

5) $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 24$

7) $y = 2x^3 + 15x^2 - 84x - 18$

9) $y = 4x^3 - 7x^2 - 6x + 2$

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE CONTABILIDAD Y AUDITORÍA
CÁLCULO MATEMÁTICO

Calcular Máximos y Mínimos por el criterio de la segunda derivada (Problemas y Ejercicios de análisis matemático de B. Demidovich)

832. $y = \dfrac{x^3}{x^2+3}$.

833. $y = \dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$.

834. $y = \dfrac{(x-2)(8-x)}{x^2}$.

835. $y = \dfrac{16}{x(4-x^2)}$.

836. $y = \dfrac{4}{\sqrt{x^2+8}}$.

EJERCICIOS DE OPTIMIZACION (APLICACIÓN DE MÁXIMOS Y MINIMOS EN DERIVADAS)

1.

Con 7200 metros de alambrada, se desea cercar un terreno rectangular. Si uno de los lados es un río y solamente los otros tres lados deben cercarse, hallar las dimensiones que deben darse para abarcar la mayor área posible.

2.

Con 7200 metros de alambrada, se desea cercar un terreno rectangular. Hallar las dimensiones que deben darse para abarcar la mayor área posible.

3.

Hallar el de área máxima de todos los rectángulos inscritos en una semicircunferencia de radio $r = 144$ (ver figura 11.20),. Dos vértices del rectángulo deben estar sobre el diámetro.

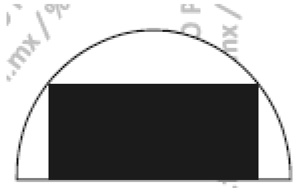

figura 11.20

Sugerencia: Si se traza una recta que una el centro de la semicircunferencia con uno de los vértices superiores del rectángulo se forma un triángulo rectángulo interior al mismo rectángulo cuya hipotenusa es el radio de la semicircunferencia. El rectángulo pedido realmente está formado por cuatro triángulos rectángulos iguales al anterior.

4.

Una persona está en el punto **A** y debe trasladarse hasta el punto **C** (ver figura 11.21). Cuando viaja desde **A** hasta cualquier punto **P** del tramo **BC** lo hace con una velocidad $V_1 = 60$ km/h y cuando viaja desde **P** hasta **C** lo hace con velocidad $V_2 = 130$ km/h. Hallar la ubicación del punto **P** al que debe llegar el viajero proveniente de **A** para hacer el mínimo tiempo desde **A** hasta **C**.

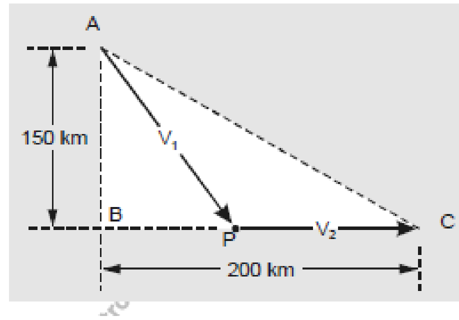

figura 11.22

Nota: $V = \frac{x}{t}$; Donde: V=velocidad km/h, X=distancia km y t=tiempo h

5.

Una lámina de 420 cm de ancho debe doblarse por sus extremos en ángulos rectos para transportar agua (figura 11.23). Calcular las dimensiones que deben darse a los dobleces para que la capacidad sea máxima.

Sugerencia: El largo de la lámina no influye. La capacidad del transporte de agua tiene que ver con el área del corte transversal de la canal, o sea con el área del rectángulo formado por el perfil de los dos dobleces y el perfil de la parte inferior.

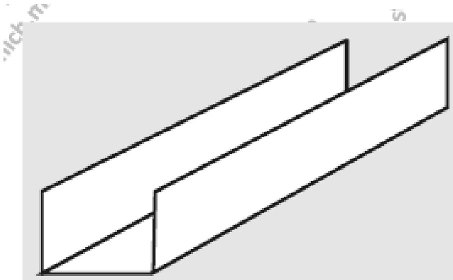

figura 11.23